

**Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)»**

УТВЕРЖДЕНО

**Директор физтех-школы
прикладной математики и
информатики**

А.М. Райгородский

	Рабочая программа дисциплины (модуля)
по дисциплине:	Теория игр. Часть 2
по направлению:	Прикладная математика и информатика
профиль подготовки:	Комбинаторика и цифровая экономика центр дополнительного, дополнительного профессионального и онлайн-образования "Пуск" кафедра дискретной математики
курс:	1
квалификация:	магистр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 2 (весенний) - Экзамен

Аудиторных часов: 60 всего, в том числе:

лекции: 30 час.

семинары: 30 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 45 час.

Подготовка к экзамену: 30 час.

Всего часов: 135, всего зач. ед.: 3

Программу составил: А.В. Савватеев, д-р физ.-мат. наук, профессор

Программа обсуждена на заседании кафедры дискретной математики 30.01.2025

Аннотация

В математике игрой называется стратегическое взаимодействие сторон — например, людей, животных, фирм, стран. Теория игр занимается тем, что пытается предсказать исход подобного взаимодействия. Задача теории игр — найти такую стратегию, которая позволит игроку достичь наилучшего результата. При этом нужно учитывать, что исход игры зависит не только от действий самого игрока, но и от действий его оппонентов. Основной подход к «решению» игр предложил американский математик Джон Нэш, получивший в 1994 году Нобелевскую премию по экономике. В этом курсе мы с вами изучим основные понятия теории игр, поиграем в игры и рассмотрим задачи из разных областей знаний (экономика, биология, политология), которые теория игр помогает решить.

1. Цели и задачи

Цель дисциплины

Ознакомить слушателей с основными понятиями и результатами некооперативной и кооперативной теории игр. Центральное место в курсе занимает понятие равновесие Нэша, секвенциальное равновесие, а также понятие ядра в кооперативных играх с побочными платежами.

Задачи дисциплины

- освоение студентами базовых знаний (понятий, концепций, методов и моделей) в теории игр;
- приобретение теоретических знаний и практических умений и навыков в теории игр;
- оказание консультаций и помощи студентам в проведении собственных теоретических исследований в теории игр.

2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий	УК-1.1 Анализирует проблемную ситуацию как систему, выявляя ее составляющие и связи между ними
	УК-1.2 Осуществляет поиск вариантов решения поставленной проблемной ситуации на основе доступных источников информации
	УК-1.3 Разрабатывает стратегию достижения поставленной цели как последовательность шагов, предвидя результат каждого из них и оценивая их влияние на внешнее окружение планируемой деятельности и на взаимоотношения участников этой деятельности
УК-2 Способен управлять проектом на всех этапах его жизненного цикла	УК-2.1 Формулирует в рамках обозначенной проблемы цель, задачи, актуальность, значимость (научную, практическую, методическую и иную в зависимости от типа проекта), ожидаемые результаты и возможные сферы их применения
ОПК-3 Способен разрабатывать математические модели и проводить их анализ при решении задач в области профессиональной деятельности	ОПК-3.1 Умеет анализировать задачу, планировать пути решения, предлагать и комбинировать способы решения
ПК-2 Понимает и способен применить в научно-исследовательской и прикладной деятельности современный математический аппарат и алгоритмы, основные законы естествознания, современные языки программирования и программное обеспечение; операционные системы и сетевые технологии	ПК-2.2 Имеет практический опыт использования существующих методов и алгоритмов решения задач цифровой обработки сигналов, использования сети Интернет, аннотирования, реферирования, библиографического разыскания и описания, опыт работы с научными источниками

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

- фундаментальные понятия, законы, теории игр;
- современные проблемы соответствующих разделов теории игр;
- понятия, аксиомы, методы доказательств и доказательства основных теорем в разделах, входящих в базовую часть цикла теории игр;
- основные свойства соответствующих математических объектов;
- аналитические и численные подходы и методы для решения типовых прикладных задач теории игр.

уметь:

- понять поставленную задачу;
- использовать свои знания для решения фундаментальных и прикладных задач;
- оценивать корректность постановок задач;
- строго доказывать или опровергать утверждение;
- самостоятельно находить алгоритмы решения задач, в том числе и нестандартных, и проводить их анализ;
- самостоятельно видеть следствия полученных результатов;
- точно представить математические знания в топологии в устной и письменной форме.

владеть:

- навыками освоения большого объема информации и решения задач (в том числе, сложных);
- навыками самостоятельной работы и освоения новых дисциплин;
- культурой постановки, анализа и решения математических и прикладных задач, требующих для своего решения использования математических подходов и методов;
- предметным языком топологии и навыками грамотного описания решения задач и представления полученных результатов.

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Экономика обмена: модель Вальраса	3	3		4
2	Экономика обмена: коалиционная устойчивость	3	3		4
3	Модели Курно и Бертрана. Монополистическая конкуренция	3	3		5
4	Принцип медианного избирателя. Правило Борда	2	2		3
5	Теорема Эрроу	3	3		5
6	Паросочетания	2	2		4
7	Коалиционная теория игр без побочных платежей	3	3		5
8	Теорема Какутани. Полунепрерывные многозначные отображения	3	2		5
9	Доказательство теоремы Какутани	3	3		4
10	Теорема Скарфа-Данилова	2	3		3
11	Коллективная ответственность	3	3		3
Итого часов		30	30		45
Подготовка к экзамену		30 час.			

Общая трудоёмкость	135 час., 3 зач.ед.
--------------------	---------------------

4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 2 (Весенний)

1. Экономика обмена: модель Вальраса

Равновесие Нэша, итеративное доминирование
 Упражнение: результат итеративного доминирования - равновесие
 Обсуждение итеративного доминирования
 Игра "Угадай число": формулировка
 Игра "Угадай число": решение
 Представление семинариста
 Игра в матричной форме. Часть 1
 Игра в матричной форме. Часть 2
 Игра "Жадина"
 Игра "Экзамен"
 Игра "Экзамен": равновесия

2. Экономика обмена: коалиционная устойчивость

Игра "Прятки": отсутствие равновесий Нэша, смешанные стратегии
 Игра "Тюремный покер": начало
 Игра "Тюремный покер": окончание
 Игра "Усовершенствованные прятки" ("Пионеры и водка"): формулировка
 Игра "Пионеры и водка", поиск равновесия в полностью смешанных стратегиях
 Игра "Пионеры и водка", поиск всех равновесий
 Игра "Пенальти"

3. Модели Курно и Бертрана. Монополистическая конкуренция

Симметричные игры и симметричные равновесия: "Белый Аист"
 Игра "Белый Аист": окончание
 Функции реакции: аукцион второй цены
 Существование симметричного равновесия в симметричной игре
 Существование симметричного равновесия - окончание
 Игра "Угадай число": симметричное равновесие

4. Принцип медианного избирателя. Правило Борда

Динамическая теория игр: выборы мэра
 Выборы мэра: формализация, алгоритм Цермело
 Игра "Пираты и золотые слитки"
 Игра "Пираты и золотые слитки" - другой вариант
 Игра "Пираты и золотые слитки" - третий вариант
 Игра "Встреча пиратов"

5. Теорема Эрроу

Динамическая игра с совершенной информацией: общее описание
 Динамическая игра с совершенной информацией: понятие решения
 Бинарные игры

Детские игры про камни
Игра "Гексагон" ("Земля-вода")
Игра "Камушки-5"

6. Паросочетания

Учёт случайности. Игра "Русская рулетка"
Игра "Русская рулетка" - решение
Игры "Ультиматум" и "Сороконожка"
"Сороконожка": решение
"Сороконожка": моделирование неполной информации
Игра "Последовательный торг"

7. Коалиционная теория игр без побочных платежей

Субъективные веры в информационных множествах
Определение сильного и слабого секвенциальных равновесий
Поиск секвенциального равновесия в "Сороконожке" с неполной информацией
Секвенциальное равновесие в "Сороконожке": окончание
Игра "Мини-покер"

8. Теорема Какутани. Полунепрерывные многозначные отображения

Статические игры с неполной информацией: игра "Координация", постановка
Игра "Координация": решение для равномерного распределения
Игра "Встреча в метро": постановка задачи
Игра "Встреча в метро": решение при полной информации
Игра "Встреча в метро": равновесие Байеса-Нэша
Игра "Координация" с другой неполной информацией

9. Доказательство теоремы Какутани

Аукционы: введение
Аукционы: проклятие победителя, виды аукционов
Аукцион второй цены: определение и формулировка теоремы Викри
Аукцион второй цены: доказательство теоремы Викри
Аукцион первой цены
Аукцион первой цены: поиск функции реакции
Аукцион третьей цены

10. Теорема Скарфа-Данилова

Формулировка теоремы Скарфа-Данилова
Доказательство теоремы Скарфа-Данилова

11. Коллективная ответственность

Задача о коллективной ответственности и вокруг
Условие однократного пересечения Спенса-Миррлиса
Итеративная игра
Формулировка теоремы о существовании сильного равновесия
Доказательство основной теоремы
Проблема N инспекторов
Практическое руководство по борьбе с коррупцией

5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Учебная аудитория, оснащенная компьютером и мультимедийным оборудованием (проектор, звуковая система).

6. Перечень рекомендуемой литературы

Основная литература

1. Лекции по теории игр и экономическому моделированию [Текст] : [учеб. пособие для вузов] / И. С. Меншиков .— 2-е изд., испр. и доп. — М. : Контакт Плюс, 2010 .— 336 с.
2. Теория игр [Текст] : учеб. пособие для вузов : рек. М-вом общ. и проф. образования РФ / Л. А. Петросян, Н. А. Зенкевич, Е. А. Семина .— М. : Высшая школа, 1998 .— 304 с.

Дополнительная литература

1. Оптимальность в играх и решениях [Текст]/Э. Й. Вилкас, -М., Наука, 1990

7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

<http://dm.fizteh.ru/>

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

На лекционных занятиях используются мультимедийные технологии, включая демонстрацию презентаций.

В процессе самостоятельной работы обучающихся возможно использование таких программных средств, как Mathcad, MATLAB, Maple и др.

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

1. Рекомендуется успешно сдавать контрольные работы, так как это упрощает итоговую аттестацию по предмету.
2. Для подготовки к итоговой аттестации по предмету лучше всего пользоваться материалами лекций.

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

по направлению: Прикладная математика и информатика
профиль подготовки: Комбинаторика и цифровая экономика
центр дополнительного, дополнительного профессионального и
онлайн-образования "Пуск"
кафедра дискретной математики
курс: 1
квалификация: магистр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 2 (весенний) - Экзамен

Разработчик: А.В. Савватеев, д-р физ.-мат. наук, профессор

1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий	УК-1.1 Анализирует проблемную ситуацию как систему, выявляя ее составляющие и связи между ними
	УК-1.2 Осуществляет поиск вариантов решения поставленной проблемной ситуации на основе доступных источников информации
	УК-1.3 Разрабатывает стратегию достижения поставленной цели как последовательность шагов, предвидя результат каждого из них и оценивая их влияние на внешнее окружение планируемой деятельности и на взаимоотношения участников этой деятельности
УК-2 Способен управлять проектом на всех этапах его жизненного цикла	УК-2.1 Формулирует в рамках обозначенной проблемы цель, задачи, актуальность, значимость (научную, практическую, методическую и иную в зависимости от типа проекта), ожидаемые результаты и возможные сферы их применения
ОПК-3 Способен разрабатывать математические модели и проводить их анализ при решении задач в области профессиональной деятельности	ОПК-3.1 Умеет анализировать задачу, планировать пути решения, предлагать и комбинировать способы решения
ПК-2 Понимает и способен применить в научно-исследовательской и прикладной деятельности современный математический аппарат и алгоритмы, основные законы естествознания, современные языки программирования и программное обеспечение; операционные системы и сетевые технологии	ПК-2.2 Имеет практический опыт использования существующих методов и алгоритмов решения задач цифровой обработки сигналов, использования сети Интернет, аннотирования, реферирования, библиографического разыскания и описания, опыт работы с научными источниками

2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Теория игр. Часть 2» обучающийся должен:

знать:

- фундаментальные понятия, законы, теории игр;
- современные проблемы соответствующих разделов теории игр;
- понятия, аксиомы, методы доказательств и доказательства основных теорем в разделах, входящих в базовую часть цикла теории игр;
- основные свойства соответствующих математических объектов;
- аналитические и численные подходы и методы для решения типовых прикладных задач теории игр.

уметь:

- понять поставленную задачу;
- использовать свои знания для решения фундаментальных и прикладных задач;
- оценивать корректность постановок задач;
- строго доказывать или опровергать утверждение;
- самостоятельно находить алгоритмы решения задач, в том числе и нестандартных, и проводить их анализ;
- самостоятельно видеть следствия полученных результатов;
- точно представить математические знания в топологии в устной и письменной форме.

владеть:

- навыками освоения большого объема информации и решения задач (в том числе, сложных);
- навыками самостоятельной работы и освоения новых дисциплин;
- культурой постановки, анализа и решения математических и прикладных задач, требующих для своего решения использования математических подходов и методов;
- предметным языком топологии и навыками грамотного описания решения задач и представления полученных результатов.

3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

Примеры типовых контрольных вопросов:

1. Игры с нулевой суммой. Седловая точка.
2. Определение игры в нормальной форме: стратегия, игрок, полезность.
3. Определение смешанной стратегии.
4. Развернутая форма игры.
5. Примеры игр.
6. Дана матрица статической игры. Последовательно исключите доминируемые стратегии, а затем решите оставшуюся игру $2 \times N$.
7. Найдите все равновесия в игре, похожей на камень-ножницы-бумагу, с заданным количеством фигур и правилами игры фигур, бьющих друг друга.
8. 50 пиратов, упорядоченных по рангу, делят большое сокровище следующим образом. Капитан предлагает дивизию. Если хотя бы половина экипажа (включая капитана) согласна, применяется разделение. В противном случае капитана выбрасывают за борт, а пират, занимающий второе место, предлагает дивизию и так далее. Формализуйте ситуацию как динамическую игру и найдите идеальное равновесие по Нэшу в подигре.
9. Найдите ядро и значение Шепли в какой-нибудь совместной игре.
10. Проблема N инспекторов. Практическое руководство по борьбе с коррупцией

4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

Перечень вопросов к экзамену:

12. Кооперативная теория игр. Вектор Шепли.
13. Супермодулярные кооперативные игры: Игра "Аэропорт", Игра "Совет безопасности ООН". Индексы влияния
14. Вектор Шепли. Продавцы и покупатели.
15. Экономика обмена. Модель Вальраса. Применений теории игр в экономике.
16. Экономика обмена, теория потребителя и требования к решению.
17. Экономика обмена, коалиционная устойчивость. Ящик Эджворта.
18. Экономика обмена, введение цен, равновесие Вальраса.
19. Обобщение на случай большого количества игроков. Двойная реплика.
20. Коалиционная устойчивость в двойной реплике.
21. Модели Курно. Монополистическая конкуренция.
22. Модель Бертрана. Поиск равновесий в модели Бертрана.
23. Классические модели Курно и Бертрана.
24. Монополистическая конкуренция, пространственные модели. Модель Хотеллинга.
25. Дуополия Курно. Дуополия Бертана с фиксированными издержками
26. Принцип медианного избирателя. Правило Борда.
27. Теорема Эрроу. Принцип медианного избирателя.
28. Теория выборов. Парадокс Кондорсе. Правило Борда.
29. Зависимость от посторонних альтернатив. Требования к правилу голосования.
30. Теорема Эрроу. Теорема об анонимности альтернатив.
31. Лемма об экстремальной альтернативе. Поиск диктатора. Медианный избиратель.
32. Паросочетания. Задача о марьяже. Алгоритм Гейла-Шепли.
33. Коалиционная теория игр без побочных платежей. Игра рынка.
34. Игры без побочных платежей. Определение допустимости решения.

35. Допустимость третьего вида. Коалиционная устойчивость.
36. Теорема Какутани. Полунепрерывные многозначные отображения.
37. Полунепрерывность сверху.
38. Доказательство теоремы Какутани.
39. Теорема о существовании симметричного равновесия.
40. Существование равновесия Нэша.
41. Теорема Скарфа-Данилова.
42. Коллективная ответственность. Задача о коллективной ответственности.
43. Условие однократного пересечения Спенса-Миррлиса. Итеративная игра.
44. Теорема о существовании сильного равновесия.

Примеры экзаменационных билетов:

Билет №1

1. Коллективная ответственность. Задача о коллективной ответственности.
2. Монополистическая конкуренция, пространственные модели. Модель Хотеллинга.

Билет №2

1. Экономика обмена, коалиционная устойчивость. Ящик Эджворта.
2. Паросочетания. Задача о марьяже. Алгоритм Гейла-Шепли.

Критерии оценивания

- оценка «отлично (10)» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений;
- оценка «отлично (9)» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений;
- оценка «отлично (8)» выставляется студенту, показавшему всесторонние систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение применять их на практике при решении конкретных задач, и правильное обоснование принятых решений;
- оценка «хорошо (7)» выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «хорошо (6)» выставляется студенту, если он знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «хорошо (5)» выставляется студенту, если он знает материал, и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «удовлетворительно (4)» выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;
- оценка «удовлетворительно (3)» выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет фрагментарно основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;
- оценка «неудовлетворительно (2)» выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач
- оценка «неудовлетворительно (1)» выставляется студенту, который не знает формулировок основных понятий дисциплины.

5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Во время проведения экзамена обучающиеся могут пользоваться программой дисциплины и справочной литературой.